

# Zamana Bağlı Değişimin İncelenmesi: Örtük Gelişme Modelleri

Seda Dural  
Ege Üniversitesi

Oya Somer  
Ege Üniversitesi

Mediha Korkmaz  
Ege Üniversitesi

Seda Can  
İzmir Ekonomi Üniversitesi

Tuncay Öğretmen  
Ege Üniversitesi

## Özet

Bu makalenin amacı, son yıllarda boylamsal ve/veya tekrarlı ölçümlerin zaman içerisindeki değişimlerinin incelenmesinde, varyans analizi gibi klasik yöntemlere alternatif olarak önerilen Yapısal Eşitlik Modellemeleri kapsamında yer alan Örtük Gelişme Modelleri'nin Monte Carlo simülasyonu yaklaşımı kullanılarak çalışılmasıdır. Bu çerçevede, simülasyon verileri üzerinden modelin tanıtımı yapılmış ve bulguların yorumlanması üzerinde durulmuştur. Ayrıca 30, 50, 100 ve 200 olmak üzere dört farklı örneklem büyüklüğüne sahip simülasyon verileri kullanılarak örneklem büyüklüğünün testin gücü ve parametre tahminleri üzerindeki etkileri incelenmiştir. Bu amaç doğrultusunda sunulan makale çerçevesinde, (1) Monte Carlo simülasyonu yapılarak analizlerde kullanılacak verilerin üretilmesi, (2) koşulsuz ve koşullu modellerin parametre tahminleri yapılarak sonuçların yorumlanması ve (3) örneklem büyüklüğünün parametre tahmin yanlılığı, standart hata yanlılığı, kapsama alanı ve yüzde anlamlılık katsayısı üzerindeki etkisinin incelenmesi olmak üzere üç aşamalı bir işlem yolu izlenmiştir. Çalışmada sunulan analizlerin tümünde Mplus 5.1 programı kullanılmıştır. Sonuçlar, Örtük Gelişme Modelleri'nin avantaj ve dezavantajları, örneklem büyüklüğünün etkileri ve Mplus programının kullanım avantajları çerçevesinde tartışılmıştır.

**Anahtar kelimeler:** Örtük gelişme modeli, Monte Carlo simülasyonu, örneklem büyüklüğü

## Abstract

Latent Growth Models which are used in understanding how individuals change over time have been a topic of intense interest among the researchers during the past two decades. These models in the framework of Structural Equation Modeling have been recommended as an alternative to classical methods such as analysis of variance. In this study, Latent Growth Models were introduced by using a Monte Carlo simulation approach and the interpretation of the findings was discussed. In addition, the effect of different sample sizes (30, 50, 100, and 200) on power and parameter estimates were examined. For this purpose; (1) data generation was performed with Monte Carlo simulation, (2) the parameters of unconditional and conditional models were estimated and the findings were discussed and (3) the effect of sample size on parameter estimates, standard errors, coverage and power was studied. All of the analyses were performed by using Mplus 5.1 software. Results were discussed in the context of advantages and disadvantages of Latent Growth Models, and the effect of sample size.

**Key words:** Latent growth model, Monte Carlo simulation, sample size

Psikolojide, bireylerin davranış ya da tutumlarına ilişkin birçok araştırma problemi, davranışın zamandaki değişiminin incelenmesini gerektirmektedir. Özellikle psikoloji alanında bu tarz araştırmaların desenlenmesi, davranışın gelişimi ve değişimi hakkındaki bilgilerimizin zenginleşmesine önemli katkılarda bulunmaktadır.

Geleneksel olarak zamana bağlı değişimin araştırılmasında, tekrarlı ölçümler için varyans analizleri gibi bazı istatistiksel yöntemler yaygın bir biçimde kullanılmaktadır. Öte yandan, son yıllarda hızlı bir gelişim gösteren Yapısal Eşitlik Modelleri - YEM içerisinde yer alan Örtük Gelişme Modelleri - ÖGM (Latent Growth Models - LGM), örtük değişkenlerin ortalamalarına ve hata terimlerinin kovaryans yapılarına ilişkin hipotezlerin de geliştirilmesine olanak sağlaması bakımından önemli yöntemsel açılımlar sunmaktadır (Kline, 2005).

Tekrarlı ölçümler için varyans analizi gibi klasik yöntemlerde ve son yıllarda benzer amaçlarla kullanılan ARIMA gibi zaman-seri analizlerine ilişkin modellerde, gözlenen değişkenlerin hatadan arınık olduğu varsayılmakta ve yapıdaki değişimden çok verideki değişim modellenmektedir. Buna karşın YEM kapsamında yer alan ölçme modellerinde, doğrudan ölçülemeyen örtük değişkenler modele dahil edilir ve bu şekilde gözlenen değişkenlerdeki örtük değişkenler tarafından açıklanmayan varyans yani hata, modelde yer alan parametrelerin tahminlenmesinde hesaba katılabilmektedir. Söz konusu ölçme hatalarının hesaba katılmasıyla daha güvenilir sonuçlar elde edilebilmektedir. Ayrıca varyans analizinde bireylerarası farklılıklar, hata varyansı olarak ele alınırken ÖGM'de açıklanması gereken bir etki olarak ele alınmakta ve modele eklenen bağımsız değişkenlerle yordayabilmektedir. Bu özellik değişim örüntülerindeki bireylerarası farklılıkları yordamaya imkan vererek araştırmacılar açısından önemli bir avantaj sağlamaktadır.

ÖGM'nin temelleri 1950'lerde atılmış (örn., Rao, 1958; Tucker, 1958) ve YEM yaklaşımları kapsamında çalışılmaya başlanması ile (örn., McArdle, 1988; McArdle ve Aber, 1990; McArdle ve Anderson, 1990; McArdle ve ark., 1991; Raykov, 1992, 1993, 1994) popülerliği artarak birçok farklı disiplinde (örn., eğitim: Raykov, 1999, sağlık: Cacioppo ve ark., 2006, gerontoloji: Jones ve Meredith, 1996; McArdle ve ark., 1991; Walker ve ark., 1996, madde kötüye kullanımı: Duncan ve Duncan, 1996; Duncan ve ark., 1996, gelişim: Willett ve Sayer, 1994, 1996, endüstri ve örgüt psikolojisi: Chan, 1998; Chan ve Schmitt, 2000; Lance

ve ark., 2000; Ployhart ve Hakel, 1998; Vandenberg ve Self, 1993 ve *biyometri*: McArdle ve ark., 1998) yaygın bir şekilde kullanılmaya başlanmıştır.

YEM'e dayalı bir yöntem olan ÖGM, boylamsal olarak ölçülmüş örtük değişkenlerdeki değişimin doğrulayıcı faktör analitik yapı içerisinde incelenmediği iki düzeyli bir analiz sürecine işaret etmektedir. Eğer bir araştırmacı (1) en az üç farklı durumda ölçülmüş sürekli düzeyde bir bağımlı değişkene sahipse, (2) farklı zamanlarda alınan ölçümlerde aynı yapıyı ölçtüyse (yani zamana göre ölçüm değişmezliği sağlandıysa) ve (3) ölçümler bütün bireyler için aynı zaman aralıklarında alındıysa (Kline, 2005), ÖGM, geleneksel yöntemlere kıyasla daha avantajlı bir alternatif oluşturmaktadır. Söz konusu modeller temel olarak, bireydeki değişimdeki sistematik bireylerarası farklılıkların betimlenmesine olanak sağlamaktadır (Sayer ve Cumsille, 2001).

Genel olarak bir ÖGM, denekçi model ve deneklerarası model olmak üzere iki düzeyden oluşur (Willett ve Sayer, 1994). Denekçi model (Düzyey-1 Model), zamana bağlı olarak her bir bireyin ilk durumunu (*initial status*) ve değişim oranını (*rate of change*) betimlemede kullanılır. Modelde ilk durum, model fonksiyonunda sabit (*intercept*) değerine; değişim oranı ise eğim (*slope*) değerine karşılık gelmektedir<sup>1</sup>. Düzyey-1'de zamana ilişkin değişimi temsil eden eğrinin bireyler açısından aynı fonksiyonel şekle sahip olduğu varsayılırken; bireysel parametreler farklı değerler olabilir. Başka bir deyişle, her bir denek farklı bir ilk durum ve/veya değişim oranı gösterebilir (Farrell ve ark., 2005); ancak, değişim modelinde kullanılan fonksiyonun bütün denekler arasında aynı olduğu varsayılır. Bireysel gelişim parametreleri ile değişimin tahminlendiği fonksiyon arasındaki ilişki ise deneklerarası modelde (Düzyey-2 Model) tanımlanır.

### Düzyey-1 Model

Örneğin, p sayıda bireyden ( $p = 1, 2, 3, \dots, N$ ), t farklı zamanda ( $t = 0, 1, 2, \dots, T$ ) toplanmış tekrarlı ölçümlerin olduğunu düşünürsek, Düzyey-1 Model'e ilişkin genel eşitlik aşağıdaki gibi olacaktır (akt., Li ve Acock, 1999):

$$Y_{pt} = \eta_{ip} + \eta_{sp} a_t + \epsilon_{pt} \quad (1)$$

Bu doğrusal modele ilişkin eşitlik, her bir zaman noktasındaki her bir birey için gözlenmiş puanların, bireysel farklılıklara ilişkin üç gözlenmiş kaynağın bir fonksiyonu olduğunu göstermektedir:

<sup>1</sup> İlk durum sabite, değişim oranı ise eğime karşılık geldiği için metin içerisinde her iki şekilde de kullanılmışlardır.

$\eta_{ip}$  = Her bir birey için sabit ya da ilk durum (bu değerler modelde her bir zaman noktası için eşit olacak şekilde tanımlanır)

$\eta_{sp}$  = Her bir birey için eğim ya da değişim oranı (bu değerler modelde zaman noktaları 0, 1, 2, ...T olacak şekilde  $a_t$  katsayıları ile çarpılır)

$\varepsilon_{pt}$  = Zamana bağlı seçkisiz hatalar

Örneğin, eğer dört farklı zaman noktasında bireylerden ölçüm alınmış ise, değişim oranı örtük değişkeni için  $a_t$  katsayıları sırasıyla 0, 1, 2 ve 3 gibi değerler atanarak sabitlenir ve ilk durum örtük değişkeni için ise katsayılar 1, 1, 1 ve 1 olarak belirlenir. Bu şekilde dört zaman noktasına ilişkin olarak eşitlik 1 aşağıdaki gibi düzenlenebilir:

Zaman	Eşitlik
$t_1 = 0$	$Y_{pt} = \eta_{ip} + \varepsilon_{pt}$
$t_2 = 1$	$Y_{pt} = \eta_{ip} + \eta_{sp}1 + \varepsilon_{pt}$
$t_3 = 2$	$Y_{pt} = \eta_{ip} + \eta_{sp}2 + \varepsilon_{pt}$
$t_4 = 3$	$Y_{pt} = \eta_{ip} + \eta_{sp}3 + \varepsilon_{pt}$

Birinci zaman noktasındaki ölçümün sıfır olarak belirlenmesi,  $\eta_{i1}$ 'nin başlangıçtaki bireysel ilk durum olarak;  $\eta_{s1}$ 'nin ise bireysel değişim oranı olarak yorumlanmasını sağlar (Welch, 2007).

### Düzyey-2 Model

Eşitlik 1'de tanımlanan Düzyey-1 Model ölçülen özelliğe ilişkin olarak grubun tamamı için genel ilk durum ve değişim oranı hakkında bilgi vermektedir. Öte yandan, gruptaki herhangi bir bireye ilişkin parametreler grup için tahminlenen genel parametrelerden farklı olabilir.

Düzyey-2 Model her bir bireyin genel grup ortalamalarından sapmalarını incelemek ve bu farklılıkların kaynağını yordamak üzere kullanılır. Düzyey-2 Model kapsamında ÖGM'ye ilişkin olarak iki soruya cevap aranır (Li ve Acock, 1999): (1) Neden bazı bireyler diğerlerine kıyasla başlangıçta düşük ya da yüksek bir düzyeye sahiptir? ve (2) neden bazı bireyler diğerlerine kıyasla daha çok ya da az değişim göstermektedir?

Bireysel ilk durum ve değişim parametreleri hakkındaki bu iki soruyu cevaplamak üzere Düzyey-2 Model için iki eşitlik tanımlanmaktadır (Cheung, 2007):

$$\eta_{ip} = \alpha_{\eta_i} + \mathbf{D}_{\eta_{ip}} \quad \text{Bireysel ilk durum (sabit)} \quad (2)$$

$$\eta_{sp} = \alpha_{\eta_s} + \mathbf{D}_{\eta_{sp}} \quad \text{Bireysel değişim oranı (eğim)} \quad (3)$$

Eşitlik 2 ve 3'deki  $D$  değerleri, ortalamadan olan sapma puanını göstermektedir ( $\eta - \alpha$ ). Düzyey-1 Model ve Düzyey-2 Modeli aynı eşitlikte birleştirirsek:

$$Y_{pt} = (\alpha_{\eta_i} + \mathbf{D}_{\eta_{ip}}) + a_t (\alpha_{\eta_s} + \mathbf{D}_{\eta_{sp}}) + \varepsilon_{pt} \quad (4)$$

Eşitlik 4'ü düzenlersek:

$$Y_{pt} = (\alpha_{\eta_i} + a_t \alpha_{\eta_s}) + (\mathbf{D}_{\eta_{ip}} + a_t \mathbf{D}_{\eta_{sp}}) + \varepsilon_{pt} \quad (5)$$

Eşitlik 5'in parantez içerisinde yer alan terimlerden birincisi gelişmeye ilişkin sabit (*fixed*) bileşeni (gelişmeye ilişkin grup düzeyindeki karakteristikleri), ikincisi ise gelişmeye ilişkin seçkisiz (*random*) bileşeni (gelişmeye ilişkin bireysel düzeydeki karakteristikleri) göstermektedir. ÖGM'de Düzyey-1 için verilen Eşitlik 1 ölçme modelini, Düzyey-2 için verilen Eşitlik 2 ve 3 ise yapısal modeli tanımlamak üzere kullanılır (Cheung, 2007). Modelde söz konusu iki düzyey eş zamanlı olarak test edilmektedir.

ÖGM'de hem sabit ( $\eta_i$ ) hem de eğim ( $\eta_s$ ) için birer ortalama ve varyans değeri ve bu iki parametre arasında bir kovaryans değeri tahminlenir. Başka bir deyişle, ÖGM'de kovaryans yapılarına ek olarak ortalama yapıları da modele dahil edilmektedir. Bu değerler modelde aşağıdaki gibi gösterilir:

$\alpha_i$  = sabit için ortalama

$\alpha_s$  = eğim için ortalama

$\sigma_i^2$  = sabit için varyans ( $D_i$  ile de gösterilir)

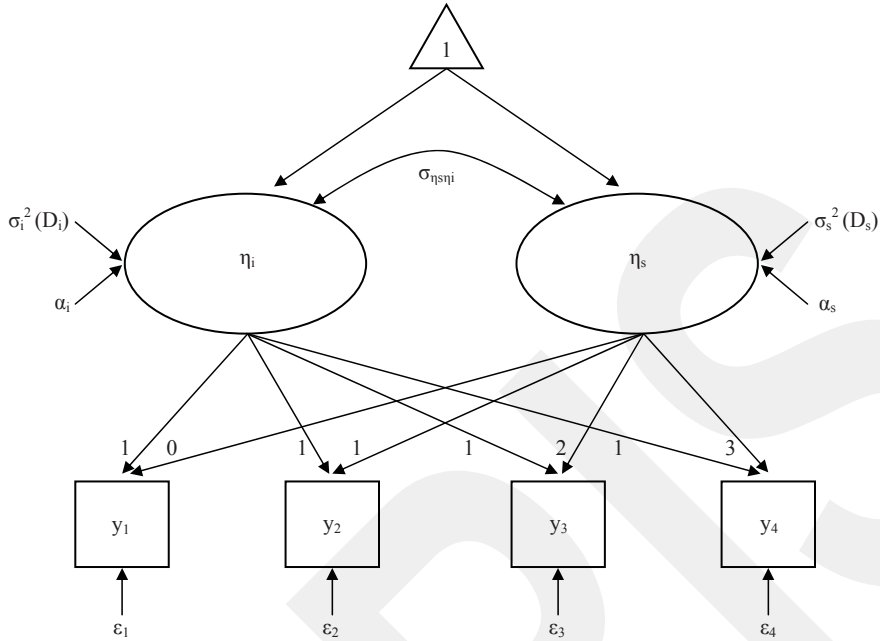
$\sigma_s^2$  = eğim için varyans ( $D_s$  ile de gösterilir)

$\sigma_{\eta_{sp}}$  = kovaryans

Modelde  $\alpha_i$  değeri, gelişme değişkeninin ilk durumu hakkında bilgi verir. Başka bir deyişle sabit değeri için tahminlenen ortalama, ölçülen özellik için başlangıç noktasındaki yani ilk zaman periyodundaki ortalama düzeyi gösterir.  $\alpha_s$  değeri ise, değişim oranı hakkında bilgi verir. Pozitif ve istatistiksel olarak anlamlı bir  $\alpha_s$  değeri ölçülen özelliğin zaman içerisinde arttığını; negatif bir  $\alpha_s$  değeri ise ölçülen özelliğin zaman içerisinde azaldığını gösterir (Li ve Acock, 1999).

Varyans değerleri, grup içerisinde bireylerin ne kadar değişim gösterdiği hakkında bilgi sağlar (Kline, 2005). Büyük varyans değerleri ilk durumun ya da değişim oranının bireyden bireye çok fazla değiştiğini göstermektedir. Örneğin, ilk duruma ilişkin varyans değerinin büyük olması bazı bireylerin yüksek ya da düşük bir düzyede başladığına; değişim oranına ilişkin varyans değerinin büyük olması ise bazı bireylerin diğerlerine kıyasla daha fazla değişim gösterdiğine işaret etmektedir. Buna karşın, küçük varyans değerleri ise söz konusu özellikler bakımında grubun daha homojen olduğunu göstermektedir.

Kovaryans değeri ise sabit ve eğim değerlerinin birlikte değişmesinin bir göstergesi olarak modele dahil edilir. Bu şekilde, örneğin ölçülen özelliğe ilişkin olarak düşük düzyede başlayan bireylerin yüksek düzyede başlayanlara kıyasla daha hızlı bir yükselme gösterip göstermediği çıkarılabilir (Kline, 2005).



Şekil 1. Tek Değişkenli Koşulsuz ÖGM

Tek değişkenli bir ÖGM için yukarıda tanımlanan modelin diagram olarak gösterimi Şekil 1’de verilmiştir. Şekil 1’de üçgen içerisinde yer alan “1” sabiti, ÖGM’de kovaryans yapılarına (*covariance structure*) ek olarak ortalama yapılarının da (*mean structure*) modele dahil edildiğini göstermek üzere kullanılmaktadır.

Zamana bağlı değişim incelenirken ÖGM’deki bireysel farklılıkları yordayan açıklayıcı (*covariate / exploratory*) değişkenler modele dahil edilebilmektedir. Bu modeller koşullu (*conditional*) ÖGM olarak adlandırılmaktadır (bkz. Şekil 2). Şekil 1’de sunulan yordayıcı bir değişkenin yer almadığı modeller ise koşulsuz (*unconditional*) ÖGM olarak adlandırılmaktadır (Bollen ve Curan, 2006).

Şekil 2’deki koşullu modelde görülebileceği gibi, yordayıcı bir değişkenin ilk durum ve değişim oranı örtük değişkenlerine doğrudan etkisinin modele eklenmesiyle, örtük değişkenler içsel (*endogenous*) değişken haline dönüşmekte ve yordayıcı değişken tarafından açıklanamayan hata varyanslarına (*disturbance*) sahip olmaktadır (Kline, 2005). Modelde örtük değişkenlerin ilgili yordayıcı değişken(ler) tarafından açıklanamayan kısımlarının da bağlantılı olabileceği varsayıldığı için bu hata varyansları ilişkilendirilir.

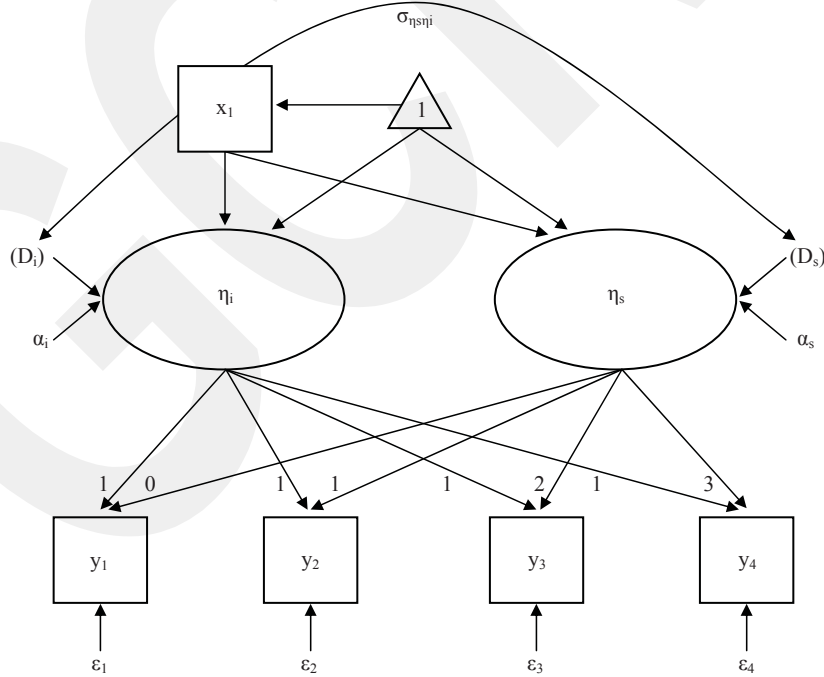
YEM’e ilişkin analizlerin yürütülmesinde kullanılan bilgisayar programlarındaki gelişme, karmaşık

modellerin analizlerinin yaygınlaşmasında büyük bir önem taşımaktadır. Yaklaşık 30 yıl öncesine kadar LISREL kullanılan tek YEM programı iken son yıllarda Amos, CALIS, EQS, Mplus gibi daha fazla program, modellerin test edilmesinde yaygın bir şekilde kullanılmaya başlanmıştır (Kline, 2005). Söz konusu programlar, komutlar temelinde analizlerin yürütülmesinde benzerlik gösterirken programlama dili ve kullanılan sentakslar bakımından birbirinden farklılaşmaktadır (Raykov ve Marcoulides, 2006). Bu programların arasından son 10 yılda kullanımı giderek yaygınlaşan Mplus programı, çok sayıda model seçimine olanak sağlaması ve kolay kullanılabilen bir program ara yüzüne sahip olması özellikleriyle ön plana çıkmaktadır. Özellikle kovaryans yapılarına ek olarak ortalama yapılarının da incelendiği modellerde Mplus diğer programlara kıyasla çok daha anlaşılabilir ve sade bir program diline sahiptir. Söz konusu özellikleri göz önünde bulundurulduğunda Mplus programının kullanımının yaygınlaşmasının yapılacak araştırmalara katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Yapılan çalışmalar YEM analizlerinde örneklem büyüklüğünün sonuçlar üzerinde oldukça etkili olduğunu göstermektedir (bkz., Raykov ve Marcoulides, 2006). Ancak YEM analizlerinde gerekli olan örneklem büyüklüğüne ilişkin çok çalışma olmasına rağmen bu

konunun ÖGM çerçevesinde ele alındığı çalışma sayısı oldukça sınırlıdır. Örneğin, Hamilton ve arkadaşları (2003) tarafından sadece zamana ilişkin değişimin incelendiği koşulsuz ÖGM kapsamında yapılan bir çalışmada örneklem büyüklüğünün 100'ün üstünde olması gerektiği belirtilmiş; öte yandan 50 gözlemlik bir örneklem büyüklüğünün de kabul edilebilir olduğu rapor edilmiştir. Ayrıca Muthén ve Muthén'in (2002) YEM'de örneklem büyüklüğüne ve testin gücüne karar vermek üzere Monte Carlo simülasyonlarının nasıl kullanılacağına tanıtıcı çalışmaları örnek model olarak doğrulayıcı faktör analizi ve ÖGM kullanılmıştır. Söz konusu çalışmada yordayıcı bir değişkenin yer aldığı ve almadığı; eksik verinin olduğu ve olmadığı modeller karşılaştırılmıştır. Sonuçlar modelde yordayıcı bir değişken ve eksik veri olmadığında 40; yordayıcı bir değişken olduğunda ama eksik veri olmadığında 150; yordayıcı bir değişken ve eksik veri olduğunda 250 gözlemlik örneklemelere ihtiyaç duyulduğuna işaret etmiştir. ÖGM modelleri kapsamında örneklem büyüklüğünün incelenmesinin oldukça yeni bir konu olduğu göz önünde bulundurulduğunda; bu konuda hem elde edilen bulguları destekleyici hem de yeni hipotezlerin test edilebileceği başka çalışmalarının yapılmasının önemli olduğu düşünülmektedir.

Bu makalenin amacı, son yıllarda boylamsal ve/veya tekrarlı ölçümlerin zaman içerisindeki değişimlerinin incelenmesinde, varyans analizi gibi klasik yöntemlere alternatif olarak önerilen YEM kapsamında yer alan ÖGM'nin Monte Carlo simülasyon yaklaşımı kullanılarak çalışılmasıdır. Bu çerçevede, Monte Carlo simülasyon yaklaşımıyla üretilen veriler üzerinden modelin tanıtımı yapılmış ve bulguların yorumlanması üzerinde durulmuştur. Ayrıca 30, 50, 100 ve 200 olmak üzere dört farklı örneklem büyüklüğüne sahip simülasyon verileri kullanılarak örneklem büyüklüğünün koşullu ÖGM'deki testin gücü (power) ve parametre tahminleri üzerindeki etkileri incelenmiştir. Bu amaç doğrultusunda sunulan makale çerçevesinde Mplus programı kullanılarak, (1) Monte Carlo simülasyonu yapılarak analizlerde kullanılacak verilerin üretilmesi, (2) koşulsuz ve koşullu ÖGM'nin parametre tahminleri yapılarak sonuçların yorumlanması ve (3) örneklem büyüklüğünün parametre tahmin yanlılığı (*parameter estimation bias*), standart hata yanlılığı (*standard error bias*), kapsama alanı (*coverage*) ve yüzde anlamlılık katsayısı (*% significance coefficient*) üzerindeki etkisinin incelenmesi olmak üzere üç aşamalı bir işlem yolu takip edilmiştir.



Şekil 2. Tek Değişkenli Koşullu ÖGM

## Yöntem

Bu çalışmada yer alan analizlerin tümü ÖGM'ye uygun Monte Carlo simülasyonları sonucunda elde edilen veriler kullanılarak yapılmıştır. Çalışmanın amaçları doğrultusunda, Mplus 5.1 (Muthén ve Muthén, 2008) programı kullanılarak, Şekil 2'de sunulan koşullu ÖGM'ye uygun örneklem büyüklüğü 30, 50, 100 ve 200 olacak şekilde normal dağılıma sahip<sup>2</sup> 4 ayrı veri seti üretilmiştir. Söz konusu simülasyonlarda, replikasyon sayısı 1000 olacak şekilde belirlenmiştir. Model parametreleri olarak, literatürde sıkça rastlandığı gibi (Muthén ve Muthén, 2002), aşağıdaki değerler belirlenmiştir:

- gözlenen değişkenlerin ( $y_1 - y_4$ ) hata varyansları = .5
- ilk durum (i) örtük değişkeninin ortalaması = .5
- değişim oranı (s) örtük değişkeninin ortalaması = 1
- ilk durum örtük değişkeninin hata varyansı = 1
- değişim oranı örtük değişkeninin hata varyansı = .2
- ilk durum ve değişim oranı örtük değişkenlerinin hata varyansları arasındaki kovaryans = .2
- ilk durum örtük değişkeninin yordayıcı değişkendeki ( $x_1$ ) regresyon katsayısı = .8
- değişim oranı örtük değişkeninin yordayıcı değişkendeki regresyon katsayısı = .5

### Koşulsuz ve Koşullu ÖGM Analizleri

Çalışmanın bu aşamasında 200 gözlemlik örneklem grubu için dört farklı zamanda alınmış olan sürekli ölçümlerin zaman içerisindeki değişimi Mplus programı kullanılarak incelenmiştir. Test edilen ÖGM'nin daha anlaşılır olması bakımından, bu dört değişkenin kişilerin ortalama günlük internet kullanım sürelerine ilişkin birer yıl arayla alınmış ölçümler olduğu varsayılabilir. Söz konusu koşulsuz ÖGM'ye ilişkin Mplus sentaksı Ek-1'de sunulmuştur.

Sentaks incelendiğinde, ilk olarak modelin tahminlenmesinde kullanılacak olan veri tanımlanmaktadır. Bu örnekte veri seti olarak SEM programlarında çoğunlukla olduğu gibi kovaryans-ortalama matrislerinin kullanılmasından farklı olarak ham veri seti kullanılmıştır. Modelde yer alan gözlenen değişkenler sırasıyla dört farklı zamana ait  $y_1$ ,  $y_2$ ,  $y_3$  ve  $y_4$  değişkenleridir. MODEL başlığı altında yer alan "i" sabit yani ilk durum örtük değişkenini, "s" ise eğim yani değişim oranı örtük değişkenini ifade etmektedir. Hatırlanacağı

gibi ÖGM'nde ilk durum örtük değişkeninin göstergeleri olan gözlenen değişkenlerin faktör katsayıları 1'e sabitlenmektedir. Mplus programında söz konusu sabitleme otomatik olarak yapılmaktadır. Değişim oranı örtük değişkeni için katsayılar ise sentaksta görüldüğü gibi 0, 1, 2, ve 3<sup>3</sup> olarak belirlenmiştir.

Çalışmanın ikinci aşamasında zamana bağlı değişimi inceleyen modele ilave olarak bu değişimdeki bireysel farklılıklarla ilişkili olduğu düşünülen yeni bir yordayıcı değişken ( $x_1$  değişkeni) eklenmiştir. Birinci aşamadaki internet kullanımı örneği için eklenen değişkenin düşük ve yüksek sosyoekonomik düzeyi temsil eden kategorik bir değişken olduğu düşünülebilir. Bu aşamada zaman içerisindeki değişimle ilgili olduğu düşünülen örtük ya da gözlenen çeşitli değişkenlerin modele dahil edilmesi mümkündür (örn., sosyoekonomik düzeye ek olarak yaş ya da cinsiyetin internet kullanımındaki artışla ilişkili olduğu varsayılabilir). Verilen örneğin sadeliği açısından bu çalışmada tek bir yordayıcı değişkenin eklenmesi tercih edilmiştir. Koşullu ÖGM'ye ilişkin Mplus sentaksı Ek-2'de sunulmuştur. Ek-1'dekinden farklı olarak bu sentaksta gözlenen değişkenlere  $x_1$  yordayıcı değişkeni ilave edilmiştir. Son satırda yer alan "i s ON  $x_1$ " ifadesi ilk durum (sabit) ve değişim oranı (eğim) örtük değişkenlerinin  $x_1$  yordayıcı değişkenindeki regresyonunun modele eklendiğine işaret etmektedir.

### Örneklem Büyüklüğünün Etkisinin İncelenmesine İlişkin Analizler

Farklı örneklem büyüklüklerinin koşullu ÖGM üzerindeki etkileri incelenirken 30, 50, 100 ve 200 olmak üzere dört farklı örneklem büyüklüğü için yapılan simülasyon çalışmalarının sonuçları karşılaştırılmıştır. Herbir örneklem büyüklüğü için yapılan simülasyonlar sonucunda, tüm model parametrelerine ilişkin değerler Mplus programı tarafından üretilmiştir. Örnek olması bakımından 30 gözlemlik örneklem büyüklüğüne ilişkin simülasyon çıktısı Ek-3'te sunulmuştur.

Ek-3'ün ilk sütununda yer alan değerler (Population) simülasyon çalışmasında araştırmacı tarafından önceden belirlenmiş parametre değerlerini göstermektedir. Hemen yanındaki sütunda (Average) ise program tarafından yapılan 1000 replikasyon sonucunda elde edilen ortalama parametre değerleri yer almaktadır. Simülasyon sonucu elde edilen parametre tahminlerinin standart sapması (bu değer popülasyonun standart

<sup>2</sup> Mplus programı, normal olmayan bir dağılıma sahip veri üretmeye ilişkin herhangi bir konut yazılmadığı sürece, otomatik olarak normal dağılım özelliklerine sahip veri üretmektedir.

<sup>3</sup> Bu katsayılar araştırmacının desenine ve zaman aralıklarına göre uygun şekilde düzenlenebilmektedir (ayrıntılı bilgi için bkz., Kline, 2005).

hatası olarak kullanılmaktadır) üçüncü sütunda (Std. Dev.) ve simülasyonlar sonucunda elde edilen her bir parametre için tahminlenen standart hataların ortalaması da dördüncü sütunda (S.E. Average) yer almaktadır. Ek-3'ün son iki sütununun da ise sırasıyla kapsama alanı (95 % Cover.) ve yüzde anlamlılık katsayısı (% Sig. Coeff.) değerleri bulunmaktadır. Kapsama alanı, parametre tahminlerinin yapılan replikasyonlar sonucunda gerçek parametre değerlerini kapsayan % 95 güven aralığına düşme yüzdesi olarak tanımlanmaktadır (Muthén ve Muthén, 2002). Örneğin Monte Carlo simülasyonunda, 1000 replikasyon yapıldığında 1000 defa parametre değerleri üretilmektedir ve kapsama alanı bu değerlerin araştırmacı tarafından belirlenmiş popülasyon değerlerine ilişkin % 95'lik güven aralığının içerisinde yer alma yüzdesidir. Yüzde anlamlılık katsayısı ise, parametre tahminlerine ilişkin anlamlılık testinin gücünün düzeyini ifade etmektedir.

### Bulgular ve Tartışma

#### **Koşulsuz ve Koşullu ÖGM Analiz Sonuçları**

Zamana bağlı değişimin incelendiği koşulsuz ÖGM için yapılan analizler sonucunda elde edilen uyum indekslerinden bazıları,  $\chi^2(5) = 3.32$ ,  $p = .65$ , CFI = 1.00 ve RMSEA = 0.00 (% 90 güven aralığı 0-0.08) olarak bulunmuştur. Bu sonuçlar değişim modelinin iyi bir uyuma sahip olduğunu göstermektedir.

Değişim modeline ilişkin standardize edilmemiş<sup>4</sup> parametre tahminlerinin yer aldığı Mplus çıktısı Ek-4'te yer almaktadır. İlk durum faktörünün tahminlenen ortalaması 1.02'dir. Bu değer gözlenen ölçümlerden birincisinin ortalamasına oldukça yakındır ve bağımlı değişkenin örneklemin genelindeki başlangıç düzeyini ifade etmektedir. Değişim oranı faktörünün tahminlenen ortalaması ise 1.20'dir. İlk durum ve değişim oranı faktörlerinin tahminlenen varyansları sırasıyla .99 ve .24'tür. Mplus çıktısının son sütununda görülebileceği gibi söz konusu değerlerin hepsi istatistiksel olarak anlamlıdır ( $p < .001$ ). Örneğimize geri dönersek, değişim oranı faktör ortalamasının istatistiksel olarak anlamlı olması zaman içerisindeki internet kullanımındaki yıllara göre değişimin anlamlı olduğuna işaret etmektedir. Varyanslara ilişkin sonuçlar ise hem başlangıç seviyesi hem de zaman içerisindeki değişim açısından örneklemden bireylerin internet kullanım düzeyleri açısından homojen bir grup olmadıklarını göstermektedir. Örtük gelişim faktörleri arasındaki kovaryans .30'dur

(standardize parametre tahminlerinde buna karşılık gelen faktörler arası korelasyon katsayısı .62'dir). Bu yüksek ilişki, başlangıçta internet kullanım düzeyleri yüksek olan bireylerin zaman içerisindeki gösterdikleri artışın da başlangıçta düşük olan bireylerden fazla olduğuna işaret etmektedir. Eğer ilişki negatif yönlü olsaydı, başlangıç seviyesi düşük olan bireylerin zaman içerisinde kullanım düzeylerinin başlangıçta yüksek olanlara göre daha fazla arttığına işaret edecektir. Elde edilecek düşük bir kovaryans değeri ise, zaman içerisindeki artışın başlangıç seviyesindeki bireysel farklılıklarla ilişkili olmadığı anlamına gelecektir.

Mplus çıktısının sonunda yer alan ve standardize sonuçlardan elde edilen  $R^2$  değerleri gözlenen değişkenlerdeki varyansın ne kadarının model tarafından açıklandığını ifade etmektedir. Değişim modeli, gözlenen değişkenlerdeki varyansın sırasıyla yüzde 64, 78, 85 ve 87'sini açıklamaktadır.

Zamana bağlı değişimdeki bireysel farklılıkları yordayan bir değişkenin modele eklendiği koşullu ÖGM için yapılan analizler sonucunda elde edilen uyum indekslerinden bazıları,  $\chi^2(7) = 5.31$ ,  $p = .62$ , CFI = 1.00 ve RMSEA = 0.00 (% 90 güven aralığı 0-0.07) olarak bulunmuştur. Bu sonuçlar değişim modelinin iyi bir uyuma sahip olduğunu göstermektedir.

Modele ilişkin standardize edilmemiş parametre tahminlerine ilişkin Mplus çıktısı Ek-5'te sunulmuştur. Yordayıcı değişkenin örtük gelişim faktörleri üzerindeki doğrudan etkileri ilk durum faktörü için .76, değişim oranı faktörü için .51'dir ve istatistiksel olarak anlamlıdır ( $p < .001$ ). Örnek açısından ele alındığında, düşük sosyoekonomik düzeydeki bireyler yüksek sosyoekonomik düzeydeki bireylere göre hem başlangıç seviyesinde hem de zaman içerisindeki değişimde daha düşük bir düzeye sahiptir. Ancak Mplus çıktısının sonunda yer alan örtük gelişim faktörleri için elde edilen  $R^2$  değerlerinden görülebileceği gibi, bu ilişki çok yüksek düzeyde değildir. Sosyoekonomik düzey faktörü başlangıç düzeyindeki varyasyonun yüzde 15'ini ve değişim faktöründeki varyasyonun yüzde 28'ini açıklamaktadır.

#### **Örneklem Büyüklüğünün Etkisinin İncelenmesine İlişkin Sonuçlar**

30, 50, 100 ve 200 olmak üzere dört farklı örneklem büyüklüğü için Monte Carlo simülasyon verileri üretilmiş ve sonuçların değerlendirilmesi için 4 ayrı kriter kullanılmıştır: (1) Parametre tahmin

<sup>4</sup> Mplus programı hem standardize edilmemiş hem de standardize sonuçları rapor etmektedir. Ancak sunulan çalışmada yorumların neredeyse tamamı standardize edilmemiş parametreler üzerinden yapıldığı için sadece söz konusu parametrelere ilişkin çıktıya yer verilmiştir.

yanlılığı, (2) standart hata yanlılığı, (3) kapsama alanı ve (4) yüzde anlamlılık katsayısı. Parametre tahmin yanlılığı Eşitlik 6'daki (Muthén ve Muthén, 2002) formül kullanılarak hesaplanmıştır:

$$\text{Yanlılık} = (\text{PT} - \text{PP}) / \text{PP} * 100 \quad (6)$$

PT = Replikasyonlar sonucu elde edilen parametre tahminlerinin ortalaması

PP = Önceden belirlenmiş popülasyon parametre değeri

Standart hata yanlılık değeri de her bir parametre için parametre tahmin yanlılığı için kullanılan formülle hesaplanmaktadır. Parametre tahmin ve standart hata yanlılık değerleri için yüzde 10'un üzerindeki değerler, yanlı parametre değerleri olarak yorumlanmaktadır. Kapsama alanı için Ek-3'te verilen "95 % Cover" değerinin .91 ve üzerinde olması ve testin gücü için "% Sig. Coeff." değerinin yaklaşık olarak .80'in üzerinde olması gerekmektedir (Muthén ve Muthén, 2002).

Yapılan simülasyonlar sonucunda örneklem büyüklüklerine göre parametre tahmin yanlılığı, standart hata yanlılığı, kapsama alanı ve yüzde anlamlılık katsayılarına ilişkin elde edilen sonuçlar Tablo 1'de sunulmuştur.

Tablo 1'de görüldüğü gibi, hem parametre tahminlerine hem de standart hatalara ilişkin yanlılık değerleri yüzde 10'un üstüne çıkmamaktadır. Öte yandan küçük örneklemelerde söz konusu değerlerin bazı parametreler için daha yüksek olduğu görülmektedir. Ayrıca, parametre değerleri incelendiğinde yanlılıkların bazılarının pozitif yönde olduğu, yani parametrele-

rin olduğundan büyük tahminlendiği (*over estimation*); bazılarının ise negatif yönde olduğu, yani parametrelerin olduğundan küçük tahminlendiği (*under estimation*) görülmektedir. Bu durum bazen olmayan bir etkinin kabul edilmesine bazen de varolan bir etkinin gözden kaçırılmasına yol açabilmektedir. Bulgular örneklem büyüklüğü arttıkça parametre tahminlerinin hassasiyetinin de arttığını göstermektedir.

Kapsama alanı değerleri incelendiğinde, 30 gözlemlilik örneklem için 2 (sabitin hata varyansı ve eğimin hata varyansı) ve 50 gözlemlilik örneklem için 1 (sabitin hata varyansı) parametrenin .91'lik kritik değerinin altında olduğu görülmektedir. Yüzde anlamlılık katsayısı değerleri, örneklem büyüklüğünün 30 olduğu koşulda testin gücü .32 ile 1.00; 50 olduğu koşulda .50 ile 1.00; 100 olduğu koşulda .79-1.00 ve 200 olduğu koşulda .98 ile 1.00 aralığında değişmektedir. Bu sonuçlara göre parametre tahminlerinin anlamlılıkları için testin gücü olarak yorumlanan yüzde anlamlılık katsayılarının tüm parametreler için yaklaşık .80 ve üstündeki değerlerin 100 ve 200 gözlemlilik örneklemelerde elde edildiği görülmektedir.

Elde edilen bulgular, parametre tahminleri ve standart hata yanlılık değerlerinin, örneklemelerin hiçbirinde kritik değeri aşmadığını göstermektedir. Bu sonuçlar Hamilton ve arkadaşları (2003) tarafından sadece zamana ilişkin değişimin incelendiği koşulsuz ÖGM kapsamında yapılan çalışma bulgularıyla paralellik göstermektedir. Beklendiği gibi örneklem büyüklüğü 30'dan 200'e doğru gittikçe yanlılık değerlerinin düştüğü görülmektedir. Daha hassas parametre tahminleri ise hipotez testlerinin varolan etkilerini doğru bir bi-

**Tablo 1.** Örneklem Büyüklüğüne Göre Parametre Tahmin Yanlılığı, Standart Hata Yanlılığı, Kapsama Alanı ve Yüzde Anlamlılık Katsayısı Değerleri.

Model Parametreleri	Parametre Tahmin Yanlılığı				Standart Hata Yanlılığı				Kapsama Alanı				% Anlamlılık Katsayısı			
	30	50	100	200	30	50	100	200	30	50	100	200	30	50	100	200
i'nin x1'deki regresyonu	-0.59	-1.55	-0.94	-0.50	-5.92	-3.99	-1.83	-0.43	0.93	0.94	0.94	0.94	0.48	0.66	0.93	1.00
s'nin x1'deki regresyonu	-0.12	-0.02	0.20	0.76	-6.76	-6.55	0.93	-1.53	0.93	0.93	0.95	0.94	0.70	0.88	1.00	1.00
i ve s'nin hata varyansları arasındaki kovaryans	-3.75	-2.00	-1.85	0.10	-5.89	-2.10	1.73	2.66	0.94	0.95	0.95	0.96	0.39	0.52	0.79	0.98
i'nin sabiti	0.14	1.30	1.12	1.04	-5.03	-6.59	-0.85	-0.69	0.93	0.92	0.95	0.95	0.40	0.60	0.87	0.99
s'nin sabiti	0.15	0.00	0.00	0.00	-4.52	-6.78	-3.52	-3.54	0.94	0.93	0.94	0.94	1.00	1.00	1.00	1.00
y1'in hata varyansı	0.78	1.44	1.10	1.04	-7.02	-3.49	-3.49	0.75	0.92	0.94	0.94	0.95	0.58	0.84	0.99	1.00
y2'in hata varyansı	-0.86	-0.26	0.02	-0.32	0.24	-1.07	2.80	1.25	0.92	0.93	0.95	0.94	0.99	1.00	1.00	1.00
y3'in hata varyansı	1.10	0.70	1.22	0.56	-3.82	0.52	3.31	1.32	0.91	0.94	0.95	0.95	0.84	0.99	1.00	1.00
y4'in hata varyansı	2.30	0.68	-0.56	0.10	-2.75	-4.02	1.17	-0.39	0.94	0.94	0.95	0.95	0.32	0.50	0.82	0.99
i'nin hata varyansı	-8.31	-4.90	-2.73	-1.38	-2.76	-5.51	-1.83	-2.41	0.88	0.90	0.92	0.94	0.86	0.98	1.00	1.00
s'nin hata varyansı	-9.00	-6.25	-2.60	-1.25	-5.34	-5.07	-3.08	0.00	0.89	0.91	0.94	0.95	0.63	0.88	1.00	1.00

çimde tespit etme olasılığını yani testin gücünü artırmaktadır. Yapılan replikasyonlar sonucunda elde edilen parametre tahminlerinin, gerçek parametre değerlerini kapsayan % 95 güven aralığına düşme oranlarının, örneklem büyüklüğünün 100 ve 200 olduğu koşullarda en yüksek olduğu; örneklem büyüklüğünün 30 ve 50 olduğu koşullarda ise, bazı parametreler için kritik kapsama alanı değerinin altında kaldığı bulunmuştur. Kritik değerinin altında kalan bu değerlerin koşullu ÖGM temel parametrelerinden olan eğim ve sabit örtük değişkenlerinin hata varyanslarına ilişkin olduğu ve örneklem büyüklüğünden etkilendiği görülmektedir. Ayrıca, örneklem büyüklüğü 30'dan 200'e doğru gittikçe kapsama alanı değerlerinin yükseldiği de görülmektedir. Son olarak, bulgular parametre anlamlılık testlerinin gücünün yaklaşık .80 düzeyinde olması için en az 100 gözlemlik bir örneklem büyüklüğünün gerektiğine işaret etmektedir. Bu sonuçlar Muthén ve Muthén (2002) tarafından yapılan çalışma bulgularıyla benzerlik göstermektedir.

### Sonuç

Bu çalışmada, tekrarlı ölçümlerin zaman içerisindeki doğrusal değişimi, simülasyonla üretilmiş veri setleri kullanılarak ÖGM çerçevesinde incelenmiş ve analizlere ilişkin bulgular sunulmuştur. Ayrıca, ilgili Mplus sentaksları açıklamış ve çıktılarda yer alan model parametrelerinin yorumlanması üzerinde durulmuştur. Söz konusu modeller, bulgularda yorumlandığı gibi zamana bağlı bireyiçi değişimlerin incelenmesinin yanı sıra bireyiçi değişimdeki bireylerarası farklılıkların da incelenmesine olanak sağlamaktadır. Sunulan çalışmada ek olarak, zamana ilişkin değişim modeline yordayıcı bir değişkenin eklendiği koşullu ÖGM'de örneklem büyüklüğünün etkileri incelenmiştir.

Sonuçlar birlikte değerlendirildiğinde, koşullu ÖGM'de yansız parametre tahminlerine ulaşılabilmesi için örneklem büyüklüğünün en az 50 olması; daha güçlü anlamlılık testleri için ise örneklem büyüklüğünün en az 100 olması önerilmektedir. Ancak, Hamilton ve arkadaşlarının da (2003) işaret ettiği gibi, zamana bağlı olarak alınan ölçüm sayısının artırılması, daha az sayıda gözlem içeren örneklemle modellerin çalışılmasını mümkün kılmaktadır. Önerilen örneklem büyüklüklerinin araştırmacılar tarafından önceden belirlenmiş özellikler kullanılarak simülasyon çalışması sonucunda elde edildiği ve görgül verilerde ilgili varsayımların karşılanamama olasılığı göz önünde bulundurularak, sonuçların bu çerçevede değerlendirilmesinin ve ileride görgül çalışmalarla desteklenmesinin yararlı olacağı düşünülmektedir.

Sunulan makaleden farklı olarak ÖGM çalışmalarında, bireylerarası değişimi yordamak üzere kate-

gorik değişkenlerin yanı sıra sürekli değişkenler de gözlenen ya da örtük değişkenler olarak modele dahil edilebilmektedir. Ayrıca, farklı zaman noktalarında alınan ölçümler örtük değişkenler olarak modele girilmek suretiyle çok göstergeli (*multiple indicator*) ölçme modeli olarak çalıştırılmaktadır. Bu modellerde, zaman ölçümleri birden fazla gösterge kullanılarak örtük değişkenler olarak ele alınabilmekte ve bu şekilde farklı zaman noktalarında elde edilen tekrarlı ölçümlerdeki yapının eşdeğer olduğunu varsaymak yerine, ölçüm eşdeğerliği model kapsamında test edilebilmektedir (örn., Ferrer ve ark., 2008). Ayrıca, zaman içerisindeki değişimin doğrusal olmadığı durumlarda da Doğrusal Olmayan Değişim Modelleri (*Latent Curve Models*) kullanılabilir (örn., Hamilton ve ark., 2003; Raykov ve Marcoulides, 2006).

### Kaynaklar

- Bollen, K. A. ve Curran, P. J. (2006). *Latent curve models: A structural equation approach*. Hoboken, NJ: Wiley.
- Cacioppo, J. T., Hughes, M. E., Waite, L. J., Hawkley, L. C. ve Thisted, R. A. (2006). Loneliness as a specific risk factor for depressive symptoms: Cross sectional and longitudinal analyses. *Psychology and Aging, 21*, 140-151.
- Chan, D. (1998). The conceptualization and analysis of change over time: An integrative approach incorporating longitudinal means and covariance structures analysis (LMACS) and multiple indicator latent growth modeling (MLGM). *Organizational Research Methods, 1*, 421-483.
- Chan, D. ve Schmitt, N. (2000). Interindividual differences in intraindividual changes in proactivity during organizational entry: A latent growth modeling approach to understanding newcomer adaptation. *Journal of Applied Psychology, 85*, 190-210.
- Cheung, M. W. L. (2007). Comparison of the methods of handling missing time-invariant covariates in latent growth models under the assumption of missing completely at random. *Organizational Research Methods, 10*, 609-634.
- Duncan, S. C. ve Duncan, T. E. (1996). A multivariate latent growth curve analysis of adolescent substance use. *Structural Equation Modeling, 3*, 323-347.
- Duncan, S. C., Duncan, T. E. ve Hops, H. (1996). Analysis of longitudinal data within accelerated longitudinal designs. *Psychological Methods, 1*, 236-248.
- Farrell, A. D., Sullivan, T. N., Esposito, L. E. ve Meyer, A. L. (2005). A latent growth curve analysis of the structure of aggression, drug use, and delinquent behaviors and their interrelations over time in urban and rural adolescents. *Journal of Research on Adolescence, 15*, 179-204.
- Ferrer, E., Balluerka, N. ve Widaman, K. F. (2008). Factorial invariance and the specification of the second-order latent growth models. *Methodology, 4*, 22-36.
- Hamilton, J., Gagne, P. E. ve Hancock, G. R. (2003). The effect of sample size on latent growth models. *Annual Meeting of the American Educational Research Association*, April, Chicago, USA.
- Jones, C. J. ve Meredith, W. (1996). Patterns of personality change across the life span. *Psychology and Aging, 11*, 57-65.
- Kline, R. B. (2005). *Principles and practice of structural*

- equation modeling. New York: The Guilford Press.
- Lance, C. E., Vandenberg, R. J. ve Self, R. M. (2000). Latent growth models of individual change: The case of newcomer adjustment. *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, 83, 107-140.
- Li, F. ve Acock, A. C. (1999). Latent curve analysis: A manual for research data analysis. *National Council on Family Relations*, Irvine, CA.
- McArdle, J. J. (1988). Dynamic but structural equation modeling of repeated measures data. J. R. Nesselroade ve R. B. Cattell, (Ed.), *Handbook of multivariate experimental psychology* içinde (561-614). New York: Plenum.
- McArdle, J. J., Hamagami, F., Ellias, M. F. ve Robbins, M. A. (1991). Structural modeling of mixed longitudinal and cross-sectional data. *Experimental Aging Research*, 17, 29-52.
- McArdle, J. J., Prescott, C. A., Hamagami, F. ve Horn, J. L. (1998). A contemporary method for developmental-genetic analyses of age changes in intellectual abilities. *Developmental Neuropsychology*, 14, 69-114.
- McArdle, J. J. ve Aber, M. S. (1990). Patterns of change within latent variable structural equation models. A. von Eye, (Ed.), *Statistical methods in longitudinal research* içinde (151-224). Boston: Academic Press.
- McArdle, J. J. ve Anderson, E. (1990). Latent growth models for research on aging. J. E. Birren ve K. W. Schaie, (Ed.), *Handbook of the psychology of aging* içinde (21-44), San Diego: Academic Press.
- Muthén, L. K. ve Muthén, B. O. (2002). How to use a Monte Carlo study to decide on sample size and determine power. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 9, 599-620.
- Muthén, L. K. ve Muthén, B. O. (2008). *Mplus (Version 5.1) [Computer software]*. Los Angeles: Muthén, ve Muthén.
- Ployhart, R. E. ve Hakel, M. D. (1998). The substantive nature of performance variability: Predicting interindividual differences in intraindividual performance. *Personnel Psychology*, 51, 859-901.
- Rao, C. R. (1958). Some statistical methods for the comparison of growth curves. *Biometrics*, 14, 1-17.
- Raykov, T. (1992). Structural models for studying correlates and predictors of change. *Australian Journal of Psychology*, 44, 101-112.
- Raykov, T. (1993). A structural equation model for measuring residualized change and discerning patterns of growth or decline. *Applied Psychological Measurement*, 17, 53-71.
- Raykov, T. (1994). Studying correlates and predictors of longitudinal change using structural equation modeling. *Applied Psychological Measurement*, 18, 63-77.
- Raykov, T. (1999). Are simple change scores obsolete? An approach to studying correlates and predictors of change. *Applied Psychological Measurement*, 23, 120-126.
- Raykov, T. ve Marcoulides, G. A. (2006). *A first course in structural equation modeling*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Sayer, A. G. ve Cumsille, P. E. (2001). Second-order latent growth models. L. M. Collins ve A. G. Sayer, (Ed.), *New methods for the analysis of change* içinde (179-200). Washington, DC: American Psychological Association.
- Tucker, L. R. (1958). Determination of parameters of a functional relation by factor analysis. *Psychometrika*, 23, 19-23.
- Vandenberg, R. J. ve Self, R. M. (1993). Assessing newcomers' changing commitments to the organization during the first 6 months of work. *Journal of Applied Psychology*, 78, 557-568.
- Walker, A. J. Jr., Acock, A. C., Bowman, S. R. ve Li, F. (1996). Amount of care given and care giving satisfaction: A latent growth curve analysis. *Journal of Gerontology: Psychological Sciences*, 3, 130-142.
- Welch, G.W. (2007). *Model fit and interpretation of non-linear latent growth curve models*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, University of Pittsburg.
- Willett, J. B. ve Sayer, A. G. (1994). Using covariance structure analysis to detect correlates and predictors of individual change over time. *Psychological Bulletin*, 116, 363-381.
- Willett, J. B. ve Sayer, A. G. (1996). Cross-domain analyses of change over time: Combining growth modeling and covariance structure analysis. G. A. Marcoulides ve R. E. Schumacker, (Ed.), *Advanced structural equation modeling: Issues and techniques* içinde (125-157). Mahwah, NJ: Erlbaum.

**EK 1. Tek Değişkenli Koşulsuz ÖGM için Mplus Sentaksı****EK 2. Tek Değişkenli Koşullu ÖGM için Mplus Sentaksı**

TITLE:	Koşulsuz ÖGM
DATA:	FILE IS data200.dat;
VARIABLE:	NAMES ARE y1-y4;
MODEL:	i s   y1@0 y2@1 y3@2 y4@3;

TITLE:	Koşullu ÖGM
DATA:	FILE IS data200.dat;
VARIABLE:	NAMES ARE y1-y4 x1;
MODEL:	i s   y1@0 y2@1 y3@2 y4@3; i s ON x1;

**EK 3. Örneklem Büyüklüğünün 30 Olduğu Koşul için Monte Carlo Simülasyonuna İlişkin Mplus Çıktısı**

MODEL RESULTS							
	ESTIMATES			S. E.	M. S. E.	95 % Cover	% Sig Coeff
	Population	Average	Std. Dev.	Average			
I							
Y1	1.000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.000	0.000
Y2	1.000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.000	0.000
Y3	1.000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.000	0.000
Y4	1.000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.000	0.000
S							
Y1	0.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.000	0.000
Y2	1.000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.000	0.000
Y3	2.000	2.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.000	0.000
Y4	3.000	3.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.000	0.000
I ON							
X1	0.800	0.7953	0.4406	0.4145	0.1939	0.925	0.478
S ON							
X1	0.500	0.4994	0.2101	0.1959	0.0441	0.927	0.696
I WITH							
S	0.200	0.1925	0.1325	0.1247	0.0176	0.943	0.387
Intercepts							
Y1	0.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.000	0.000
Y2	0.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.000	0.000
Y3	0.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.000	0.000
Y4	0.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.000	0.000
I	0.500	0.5007	0.3062	0.2908	0.0937	0.930	0.395
S	1.000	1.0015	0.1439	0.1374	0.0207	0.935	1.000
Residual Variances							
Y1	0.500	0.5039	0.2605	0.2422	0.0678	0.921	0.578
Y2	0.500	0.4957	0.1661	0.1665	0.0276	0.915	0.992
Y3	0.500	0.5055	0.2068	0.1989	0.0428	0.914	0.840
Y4	0.500	0.5115	0.3419	0.3325	0.1169	0.945	0.317
I	1.000	0.9169	0.3592	0.3493	0.1358	0.882	0.855
S	0.200	0.1820	0.0880	0.0833	0.0081	0.889	0.631

**EK 4.** Tek Değişkenli Koşulsuz ÖGM için Parametre Tahminlerine İlişkin Mplus Çıktısı

MODEL RESULTS				
	Estimate	S.E.	Est./S.E.	Two-Tailed P-Value
<b>I</b>				
Y1	1.000	0.000	999.000	999.000
Y2	1.000	0.000	999.000	999.000
Y3	1.000	0.000	999.000	999.000
Y4	1.000	0.000	999.000	999.000
<b>S</b>				
Y1	0.000	0.000	999.000	999.000
Y2	1.000	0.000	999.000	999.000
Y3	2.000	0.000	999.000	999.000
Y4	3.000	0.000	999.000	999.000
<b>S WITH</b>				
I	0.298	0.056	5.292	0.000
<b>Means</b>				
I	1.021	0.083	12.316	0.000
S	1.199	0.042	28.240	0.000
<b>Intercepts</b>				
Y1	0.000	0.000	999.000	999.000
Y2	0.000	0.000	999.000	999.000
Y3	0.000	0.000	999.000	999.000
Y4	0.000	0.000	999.000	999.000
<b>Variances</b>				
I	0.990	0.144	6.883	0.000
S	0.238	0.039	6.085	0.000
<b>Residual Variances</b>				
Y1	0.555	0.096	5.795	0.000
Y2	0.500	0.066	7.555	0.000
Y3	0.536	0.085	6.326	0.000
Y4	0.706	0.150	4.722	0.000
<b>R-SQUARE</b>				
Y1	0.641	0.058	10.972	0.000
Y2	0.785	0.030	26.383	0.000
Y3	0.854	0.024	35.244	0.000
Y4	0.874	0.027	32.824	0.000

**EK 5. Tek Değişkenli Koşullu ÖGM için Parametre Tahminlerine İlişkin Mplus Çıktısı**

MODEL RESULTS				
	Estimate	S.E.	Est./S.E.	Two-Tailed P-Value
I				
Y1	1.000	0.000	999.000	999.000
Y2	1.000	0.000	999.000	999.000
Y3	1.000	0.000	999.000	999.000
Y4	1.000	0.000	999.000	999.000
S				
Y1	0.000	0.000	999.000	999.000
Y2	1.000	0.000	999.000	999.000
Y3	2.000	0.000	999.000	999.000
Y4	3.000	0.000	999.000	999.000
I ON				
X1	0.763	0.157	4.857	0.000
S ON				
X1	0.514	0.077	6.651	0.000
S WITH				
I	0.205	0.049	4.161	0.000
Intercepts				
Y1	0.000	0.000	999.000	999.000
Y2	0.000	0.000	999.000	999.000
Y3	0.000	0.000	999.000	999.000
Y4	0.000	0.000	999.000	999.000
I	0.659	0.108	6.086	0.000
S	0.955	0.053	17.964	0.000
Residual Variances				
Y1	0.564	0.097	5.825	0.000
Y2	0.502	0.066	7.576	0.000
Y3	0.517	0.082	6.333	0.000
Y4	0.737	0.146	5.051	0.000
I	0.839	0.130	6.443	0.000
S	0.170	0.033	5.092	0.000
R-SQUARE				
Y1	0.636	0.059	10.820	0.000
Y2	0.784	0.030	26.365	0.000
Y3	0.858	0.024	36.321	0.000
Y4	0.870	0.026	33.456	0.000
I	0.147	0.057	2.597	0.009
S	0.279	0.076	3.687	0.000

## Summary

# An Analysis of Change over Time: Latent Growth Models

Seda Dural  
Ege University

Oya Somer  
Ege University

Mediha Korkmaz  
Ege University

Seda Can  
İzmir University of Economics

Tuncay Öğretmen  
Ege University

Latent Growth Models (LGM) which are used in understanding how individuals change over time have been a topic of intense interest among the researchers during the past two decades. These models in the framework of Structural Equation Modeling have been recommended as an alternative to classical methods such as analysis of variance.

Two types of model can be analyzed in the LGM framework. The first model involves only the analysis of change over time without any covariate (or exploratory) variable; while in the second one, the model predicting this change is analyzed by adding potential covariate variable(s) to it. These two models are called unconditional (Figure 1) and conditional (Figure 2) LGM, respectively.

In this study, LGM were introduced by using a Monte Carlo simulation approach, and the interpretation of the findings was discussed. In addition, the effect of different sample sizes (30, 50, 100 and 200) on power and parameter estimates were examined. For this purpose: (1) data generation was performed with Monte Carlo simulation, (2) the parameters of unconditional and conditional models were estimated and the findings were discussed, and (3) the effect of sample size on parameter estimates, standard errors, coverage and power was studied.

### Method

Monte Carlo simulation and all of the analyses were performed by using Mplus 5.1 (Muthén & Muthén, 2008) software. In the Monte Carlo simulation, the number of replication was determined as 1000. Data for conditional LGM shown in Figure 2 were generated using the following population values:

- the residual variances of the observed variables = .5

- the mean of the intercept growth factor = .5
- the mean of the slope growth factor = 1
- the error variance of the intercept growth factor = 1
- the error variance of the slope growth factor = .2
- the covariance between the disturbances of intercept and slope growth factors = .2
- the regression of the intercept growth factor on covariate variable = .8
- the regression of the slope growth factor on covariate variable = .5.

### Unconditional and Conditional LGM Analyses

LGM analyses were conducted in two steps for the sample size of 200. In the first step, the unconditional change model was tested and data from four different time points was examined. In the second step, the conditional model was tested by adding a potential covariate variable (x1 variable) to the change model. Mplus inputs were represented in Appendix 1 and 2 for these unconditional and conditional LGM.

### The Analyses Examining the Effect of Sample Size

The effects of various sample sizes (30, 50, 100, and 200) were examined on the conditional LGM by using Monte Carlo simulation. One of Mplus simulation outputs (sample size 30) was given as an example in Appendix 3. To examine the effect of sample size, four criteria were used: parameter estimate bias (not exceed 10 %), standard error bias (not exceed 10 %), coverage (between .91-98) and power (close to .80). Parameter estimation bias and standard error bias were calculated by using following equation:

$$\text{Bias} = (\text{PE} - \text{PP}) / \text{PP} * 100$$

PE = the parameter estimation/standard error average over the replications

PP = the population parameter/standard error value

## Results and Discussion

### *Results of the Unconditional and Conditional Analyses*

The unconditional LGM analysis examining change over time converged to an admissible solution. Values of selected fit indexes were  $\chi^2(5) = 3.32$ ,  $p = .65$ , CFI = 1.00, and RMSEA = 0.00 with the 90 % confidence interval 0-.08. These results indicated good fit of the change model to the data. The Mplus output including unstandardized parameter estimates for unconditional LGM was reported in Appendix 4.

The conditional LGM analysis in which it was examined change over time with a potential covariate also converged to an admissible solution. Values of selected fit indexes indicated adequate fit:  $\chi^2(7) = 5.31$ ,  $p = .62$ , CFI = 1.00, and RMSEA = 0.00 with the 90 % confidence interval 0-.07. The Mplus output including unstandardized parameter estimates for conditional LGM was reported in Appendix 5.

### *Results of the Analyses Examining the Effect of Sample Size*

The resulting values of simulations carried out for different sample sizes were presented in Table 1 (including parameter estimation bias, standard error bias, coverage, and % significance coefficient).

As shown in Table 1, bias values neither for parameter estimations nor for standard errors exceeded the critical level of 10 %; whereas, these values were somehow higher for some of the parameters in small samples. Bias values indicated that some of the parameters were overestimated or underestimated, which may lead falsely accepting an effect that does not exist or vice versa. In general, it was found that the accuracy of the parameter estimations increased by the increase of the sample size.

In terms of the coverage values, it was found that for the sample size of 30, two parameters (error variances of intercept and slope) and for the sample size of 50, one parameter (error variance of intercept) was under the critical value of .91.

Values of % significance coefficient were examined for different sample sizes, and it was found that the power values ranged between .32-1.00, .50-1.00, .79-1.00, and .98-1.00 when the sample sizes were 30, 50, 100, and 200, respectively. Therefore, the power values, evaluated by the % significant coefficients, were higher than .80 for the sample sizes of 100 and 200.

It was observed that the values of parameter estimation and standard error bias which did not exceed critical value in none of the sample size conditions were consistent with the results of Hamilton and his colleagues (2003). As expected, values of bias decreased as the sample size increased from 30 to 200. Thus, the power, the probability of detection of hypothesized effects correctly, increases as the accuracy of parameter estimates increase. The coverage values were highest at sample sizes of 100 and 200; however, they were under the critical value for some parameters at sample sizes of 30 and 50. Those that were under the critical value were the error variances of the slope and intercept growth factors. These are two of the most important parameters of the conditional LGM and they were found to be affected by sample size. In addition, coverage values increased as the sample size increased from 30 to 200. Finally, the results indicated that it was required at least the sample size of 100 to obtain a power of .80. These results were consistent with the results of study conducted by Muthén and Muthén (2002).

To summarize, in conditional LGM, at least a sample size of 50 to obtain unbiased parameter estimates and, at least a sample size of 100 for more powerful significance tests was suggested. However, as Hamilton and his colleagues (2003) pointed out smaller sample size may be used when additional time points are presented. It should always be taken in to consideration that suggested sample sizes were obtained from simulation study with normally distributed population parameter values and the probability of assumption violation in empirical data.